

Épreuve commune de MATHÉMATIQUES
Mardi 26 Mai

– ANNÉE 2014/2015 –
Durée de l'épreuve : 1H50 MINUTES
Les calculatrices sont AUTORISÉES

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- ▶ votre nom,
- ▶ votre classe.

Le barème est sur 20 points.

Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1

6 points

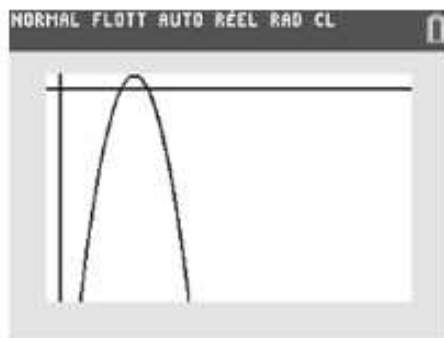
Monsieur DUPRE, PDG d'une société de mobilier urbain s'intéresse au bénéfice en euros réalisé par son entreprise. Il fabrique et vend x lots de mobilier par jour où $x \in [0 ; 80]$.

Le bénéfice réalisé pour x lots produits et vendus est donné par $B(x) = -x^2 + 128x - 3952$.

Partie A : étude graphique

Le fils de Monsieur DUPRE a utilisé une calculatrice graphique pour obtenir une représentation graphique et des tableaux de valeurs de la fonction B .

A l'aide des captures d'écran ci-dessous, répondre aux questions suivantes en rédigeant soigneusement et en précisant le ou les écrans utilisés à chaque question.



Ecran 1

X	Y1			
0	-3952			
30	-1012			
60	128			
90	-532			
120	-2992			
150	-7252			
180	-13312			
210	-21172			
240	-30832			
270	-42292			
300	-55552			

X=0

Ecran 2

X	Y1			
61	135			
61.5	137.75			
62	140			
62.5	141.75			
63	143			
63.5	143.75			
64	144			
64.5	143.75			
65	143			
65.5	141.75			
66	140			

X=61

Ecran 3

- 1) Quel est le bénéfice réalisé pour 30 lots fabriqués et vendus ?
- 2) Monsieur DUPRE annonce un bénéfice de 143 euros. Peut-on savoir combien de lots ont été vendus ?
- 3) Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 80]$.

Partie B : étude de la rentabilité

On rappelle que $B(x) = -x^2 + 128x - 3952$.

- 1) Montrer que ce bénéfice peut aussi s'écrire sous la forme $B(x) = (x - 52)(76 - x)$.
- 2) Calculer le bénéfice de l'entreprise si Monsieur DUPRE fabrique et vend 55 lots.
- 3) Dresser le tableau de signes de $B(x)$.
- 4) En déduire le nombre de lots que doit fabriquer et vendre l'entreprise pour être rentable.

Exercice 2

☞ 4 points

Florence tire au hasard une carte dans un jeu classique de 32 cartes.

On rappelle que ce jeu est composé de 4 familles (pique, trèfle, carreau et cœur), divisées chacune en 8 « hauteurs » de cartes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as).

On note :

- ▶ A l'événement : « la carte tirée par Florence est l'as de trèfle ».
- ▶ C l'événement : « la carte tirée par Florence est un carreau ».
- ▶ F l'événement : « la carte tirée par Florence est une figure (roi, dame ou valet) ».

- 1) Calculer $p(A)$ et $p(F)$.
- 2) Décrire par une phrase l'événement $F \cap C$ et calculer sa probabilité.
- 3) Décrire par une phrase l'événement $F \cup C$ et calculer sa probabilité.
- 4) Pascal tire une carte au hasard dans un jeu classique de 52 cartes. On rappelle que ce jeu est composé de 4 familles (pique, trèfle, carreau et cœur), divisées chacune en 13 « hauteurs » de cartes (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as).

L'événement « tirer un roi ou un cœur » est-il plus probable dans le jeu de Florence ou dans le jeu de Pascal? Justifier votre réponse.

Exercice 3

☞ 2 points

On donne, en **annexe**, la courbe de la fonction inverse f , définie sur $] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

- 1) Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{x} = -2$
- 2) Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 2$
- 3) a) Tracer dans le repère donné en **annexe**, la droite représentant la fonction g définie par
$$g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$

Exercice 4

☞ 4 points

Soit $(O ; I ; J)$ un repère orthonormé. La figure donnée en **annexe** sera complétée au fil des questions. On donne les points $A(-3 ; -1)$, $B(1 ; -2)$, $C(0 ; -7)$ et $D(-4 ; -6)$.

Les questions sont assez largement indépendantes. Si vous ne savez pas traiter une question, le résultat demandé pourra être lu sur le graphique et admis afin de continuer l'exercice.

- 1) Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$
- 2) Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
- 3) Calculer les coordonnées du point E symétrique de D par rapport à C .
- 4) Démontrer que le point $M\left(\frac{1}{2} ; -\frac{9}{2}\right)$ est le milieu de $[AE]$.
- 5) Soit $F(-1 ; -5)$. Prouver que les points D , F et M sont alignés.

Exercice 5

☞ 3 points

Myriam a élaboré l'algorithme ci-contre :

- 1) Déterminer l'affichage de sortie y lorsque x prend les valeurs 0, puis -3 .
- 2) Définir la fonction f qui au nombre x saisi en entrée, associe le nombre y affiché en sortie.
- 3) Donner la forme factorisée de la fonction f .
- 4) Quel nombre(s) x permet(tent) de faire afficher 0 en sortie ? Justifier.

```
Variables :  $x, a, y$   
Début algorithme :  
  Lire  $x$   
   $a$  prend la valeur  $2x + 1$   
   $y$  prend la valeur  $a^2 - 9$   
  Afficher  $y$   
Fin algorithme
```

Exercice 6

☞ 1 point

Plusieurs méthodes sont envisageables pour résoudre l'exercice suivant.

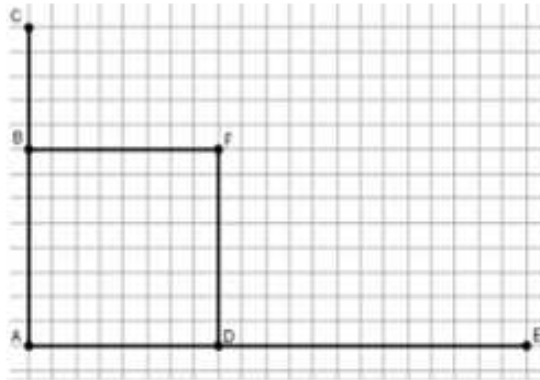
Toute prise d'initiative plus ou moins aboutie sera prise en compte.

Dans la figure ci-dessous, tous les angles sont droits.

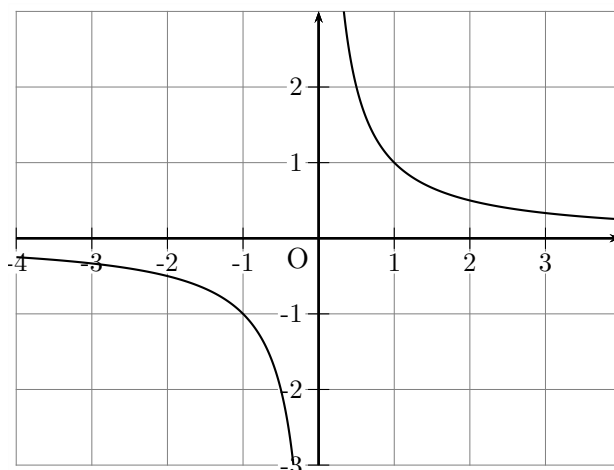
On donne les longueurs :

$AB = 8$; $AD = 8$; $BC = 5$ et $DE = 13$.

Les points C, F et E sont-ils alignés ?



Annexe *Exercice 3*



Annexe *Exercice 4*

