2de Correction EC 2 mai 2015

Exercice 1

Partie A :

1. L'écran 2 permet de dire que pour 30 lots le bénéfice est de -1012 euros, une perte en fait.
2. L'écran 3 permet de dire qu'un bénéfice de 143 euros correspond à une vente de 63 ou 65 lots.
3. L'écran 1 donne les variations et l'écran 3 le maximum.

x	0		64		80
B(x)		↗	144	↘	

Partie B :

1. On développe (x-52)(76-x)=76x-3952+52x-x^2=-x^2+128x-3952=B(x)
2. B(55)=63. Pour 55 lots, le bénéfice est de 63 euros.
3.

x	0		52		76		180
x-52		-	0	+		+	
76-x		+		+	0	-	
(x-52)(76-x)		-	0	+	0	-	

4. L'entreprise est rentable si le bénéfice est positif donc l'entreprise doit fabriquer entre 52 et 76 lots pour être rentable.

Exercice 2

1. $p(A) = \frac{\text{nombre d'issue de l'évènement A}}{\text{nombre d'issues totales}} = \frac{1}{32}$ La probabilité de tirer un as de trèfle est donc de $\frac{1}{32}$.

$p(F) = \frac{\text{nombre d'issuesde l'évènement F}}{\text{nombre d'issues totales}} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ La probabilité de tirer une figure (roi, dame ou valet) est donc de $\frac{3}{8}$
.

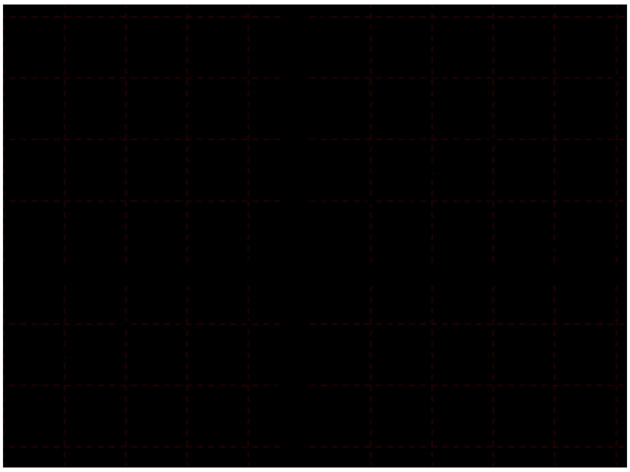
2. L'évènement $F \cap C$ correspond à tirer une figure (roi, dame ou valet) de carreau.
$p(F \cap C) = \frac{\text{nombre d'issues des deux évènements}}{\text{nombre total d'issues}} = \frac{3}{32}$ La probabilité de tirer une figure (roi, dame ou valet) de carreau est donc de $\frac{3}{32}$.

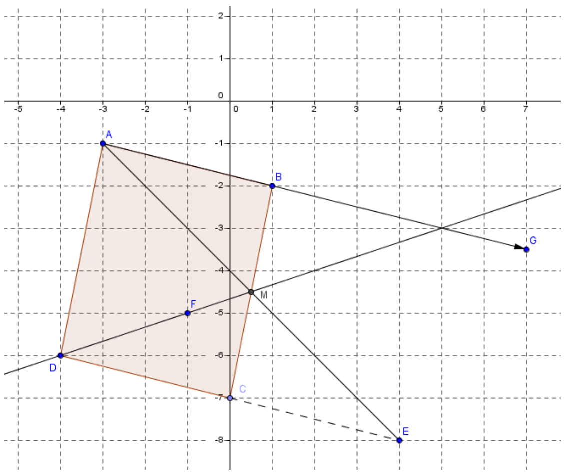
3. L'évènement F U C correspond à tirer une figure (roi, dame ou valet) ou une carte de carreau.
$p(F \cup C) = p(F) + p(C) - p(F \cap C) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \frac{17}{32}$ La probabilité de tirer une figure ou un carreau est donc de $\frac{17}{32}$.

4. Dans le jeu de Florence $p(\text{tirer un roi ou coeur}) = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32} \approx$ 0,343
Dans le jeu de Pascal $p(\text{tirer un roi ou un coeur}) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} \approx$ 0,307
Il est donc plus probable que l'évènement "tirer un roi ou un cœur" se réalise dans le jeu de Florence.

Exercice 3

1) Pour résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{x} = -2$, on trace la droite d'équation $y = -2$, on cherche les points d'intersection avec la courbe et on lit leur abscisse. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
2) Pour résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 2$, on trace la droite d'équation $y = 2$, on cherche la partie de courbe située sur ou en dessous de cette droite. On lit ensuite les abscisses des points correspondants.
$S =]-\infty; 0[\cup \left[\frac{1}{2};\ +\infty\right[$
3) Pour tracer la droite représentant la fonction g ,on peut faire un tableau de valeur : $g(0) = 0{,}5$ et $g(2) = 1{,}5$.
La droite passe donc par les points $A(0\ ;\ 0{,}5)\ et\ B(2\ ;\ \ 1{,}5)$.
On peut aussi utiliser le coefficient directeur $a = \frac{1}{2}$ et l'ordonnée à l'origine $b = \frac{1}{2}$.
4) Pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$, on cherche la partie de courbe de f située au dessus de celle de g. On lit ensuite les abscisses des points correspondants. $S =]-\infty; -2[\ \cup]0; 1[$





Exercice 4

1.

2. $\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A; y_B - y_B) = (4\ ;\ -1)$ et $\overrightarrow{DC}\ (x_C - x_D; y_C - y_D) = (4\ ;\ -1)$.
Puisque les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont les mêmes coordonnées alors ils sont égaux et on en déduit que $ABCD$ est un parallélogramme.

3. Puisque E symétrique de D par rapport à C, alors le point C est le milieu du segment $[DE]$.

Donc : $\frac{x_D+x_E}{2} = x_C$ et $\frac{y_D+y_E}{2} = y_C$

$\frac{-4+x_E}{2} = 0$ et $\frac{-6+y_E}{2} = -7$

$x_E = 4$ et $y_E = 2 \times (-7) + 6 = -8$ Donc $E(4\ ;\ -8)$

4. Le milieu de $[AE]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_E}{2}\ ; \frac{y_A+y_E}{2}\right) = \left(\frac{-3+4}{2}; \frac{-3-8}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\ ;\ -\frac{9}{2}\right)$

5. Je me demande si les vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DM}$ sont colinéaires. Je calcule donc leurs coordonnées.

$\overrightarrow{DF}\ (x_F - x_D; y_F - y_D) = (3\ ;\ 1)$ et $\overrightarrow{DM}\ (x_M - x_D; y_M - y_D) = (4{,}5\ ;\ 1{,}5)$.

Je remarque que $\overrightarrow{DM} = 1{,}5\,\overrightarrow{DF}$ ce qui prouve que les vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DM}$ sont colinéaires et donc que les points D , F et M sont alignés.Remarque avec $\overrightarrow{FM}$ on a $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{FM}$

Exercice 5

1.
Lorsque $x=0$, a prend la valeur 1 puis y prend la valeur -8.
Lorsque $x=-3$, a prend la valeur -5 puis y prend la valeur 16.
2.
$f(x)=(2x+1)^2-9$
3.
$f(x)=(2x+1)^2-9=(2x+1)^2-3^2=(2x+1+3)(2x+1-3)=(2x+4)(2x-2)$
4.
$(2x+4)(2x-2)=0$ lorsque $2x+4=0$ ou $2x-2=0$.
Ainsi, pour faire afficher 0 en sortie, il faut prendre $x=-2$ ou $x=1$

Exercice 6

Plusieurs méthodes sont utilisables pour résoudre cet exercice. En voici deux :

1ère méthode : avec les vecteurs

Utilisons un repère orthonormé $(\mathrm{A}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$avec I un point de [AD] tel que $\mathrm{AI} = 1$et J un point de [AB] tel que $\mathrm{AJ} = 1$.
Dans ce repère, le point C a pour coordonnées $(0; 13)$, le point F a pour coordonnées $(8; 8)$ et le point E a pour coordonnées $(21; 0)$.

On en déduit les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{CF}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$:
$\overrightarrow{\mathrm{CF}}(x_{\mathrm{F}} - x_{\mathrm{C}}; y_{\mathrm{F}} - y_{\mathrm{C}})(8; -5)$et $\overrightarrow{\mathrm{CE}}(x_{\mathrm{E}} - x_{\mathrm{C}}; y_{\mathrm{E}} - y_{\mathrm{C}})(21; -13)$

Vérifions donc s'il y a colinéarité (ou pas) entre ces deux vecteurs !

$x_{\overrightarrow{\mathrm{CF}}} \times y_{\overrightarrow{\mathrm{CE}}} = 8 \times (-13) = -104$ et $x_{\overrightarrow{\mathrm{CE}}} \times y_{\overrightarrow{\mathrm{CF}}} = 21 \times (-5) = -105$
On remarque bien que $-104 \neq -105$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{CF}}$et $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ n'étant pas colinéaires, on peut affirmer que **les points** C, F **et** E **ne sont pas alignés.**

2ème méthode : avec une équation de droite

Utilisons un repère orthonormé $(\mathrm{A}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$avec I un point de [AD] tel que $\mathrm{AI} = 1$ et J un point de [AB] tel que $\mathrm{AJ} = 1$.

- Cherchons l'équation réduite de la droite (CF):

a) Coefficient directeur de la droite (CF) : la droite (CF) passe par les points $\mathrm{C}(0; 13)$et $\mathrm{F}(8; 8)$. On a donc, par calcul, le coefficient directeur de la droite (CF) :

$$a = \frac{y_F - y_C}{x_F - x_C} = \frac{8 - 13}{8 - 0} = -\frac{5}{8}$$

b) Ordonnée à l'origine de la droite (CF) : clairement, la droite (CF) passe par le point C qui a pour coordonnées $(0; 13)$donc l'ordonnée à l'origine de cette droite est $b = 13$.

Par conséquent, la droite (CF)a pour équation : $y = -\frac{5}{8}x + 13$

- Reste à vérifier si le point E appartient à cette droite :

a) Dans le repère (A,I,J), le point E a pour coordonnées $(21; 0)$donc $y_{\mathrm{E}} = 0$.

b) Calculons : $-\frac{5}{8} \times x_{\mathrm{E}} + 13 = -\frac{5}{8} \times 21 + 13 = -\frac{105}{8} + 13 = -\frac{105}{8} + \frac{104}{8} = -\frac{1}{8}$
On a donc : $y_{\mathrm{E}} \neq -\frac{5}{8} x_{\mathrm{E}} + 13$ car $0 \neq -\frac{1}{8}$ alors le point E n'appartient pas à la droite (CF), autrement dit : **les points** C**,** F **et** E **ne sont pas alignés.**