

Épreuve commune de Mathématiques
Classes de 1^{ère} ES L

Durée : 2 heures

Calculatrice autorisée

Notation sur 40

Exercice 1 (5 points)

Pour chaque question une seule réponse A, B ou C est exacte. Chaque réponse correcte apporte 1 point, une réponse fautive enlève 0,25 point et une absence de réponse donne 0 point.

Ne pas entourer pas la réponse choisie mais **compléter le tableau de l'annexe 1.**

| Questions | Réponses | | |
|---|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| | A | B | C |
| 1 Le prix d'une robe augmente de 20 % , puis est soldé de 25 % globalement le prix : | Ne change pas | Diminue de 10% | Diminue de 5% |
| 2 Le cours d'une action augmente de 25%. Quel devra être le taux du pourcentage de diminution pour que cette action retrouve son cours initial ? | 25% | 80% | 20% |
| 3 $f(x) = -3x^2 + \frac{1}{x}$ | $f'(x) = -6x + \frac{1}{x^2}$ | $f'(x) = -6x - \frac{1}{x^2}$ | $f'(x) = 6x - \frac{x}{x^2}$ |
| 4 $f(x) = \frac{3x - 2}{x + 2}$ | $f'(x) = \frac{4}{(x + 2)^2}$ | $f'(x) = 3$ | $f'(x) = \frac{8}{(x + 2)^2}$ |
| 5 $u_{n+1} = -3u_n + 2$ et $u_0 = 1$ | $u_3 = -13$ | $u_3 = 13$ | $u_3 = 5$ |

Exercice 2 (8 points)

Ulysse, Valentin sont nés tous les trois le **1er janvier 2012.**

A leur naissance leurs pères respectifs ont décidé de leur mettre de l'argent de côté :

- Le père d'Ulysse a déposé 100 € le 1er janvier 2012 dans son coffre-fort et y ajoutera 200 € tous les ans.
- Le père de Valentin a placé à la banque 2000 € le 1er janvier 2012 à intérêts composés au taux annuel de 3%.

On note u_n et v_n les capitaux acquis par Ulysse et Valentin à l'année **2012 + n** .

Partie A : *on se propose d'étudier le capital d'Ulysse*

1. Calculer u_1 et u_2
2. Exprimer u_{n+1} en fonction u_n . Quelle est la nature de cette suite ?
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n

Partie B : *on se propose d'étudier le capital de valentin*

1. Calculer v_1 et v_2
2. Exprimer v_{n+1} en fonction v_n . Quelle est la nature de cette suite ?
3. En déduire l'expression de v_n en fonction de n

Partie C :

1. A 5 ans Valentin dit à Ulysse : « Je suis deux fois plus riche que toi ». Est-ce vrai ? Justifier votre réponse
2. A partir de quel âge Ulysse pourra s'acheter une moto qui coûte 3 500 € ? Justifier. Et Valentin ?

Exercice 3 (5,5 points)

Une partie de loterie consiste à lâcher une bille dans un appareil qui comporte six portes de sortie, numérotées de 1 à 6.

La loi de probabilité est donnée ci-dessous :

| | | | | | | |
|------------------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-------|----------------|
| Numéro de la porte i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Probabilité p_i | $\frac{1}{32}$ | $\frac{5}{32}$ | $\frac{10}{32}$ | $\frac{10}{32}$ | p_5 | $\frac{1}{32}$ |

La règle du jeu est la suivante :

Un joueur mise 2€,

Il reçoit 12€ si la bille franchit les portes 1 ou 6

Il reçoit 4€ si la bille franchit les portes 3 ou 4

Il reçoit 2€ si la bille franchit les portes 2 ou 5.

Le gain est la différence entre ce que ce joueur reçoit à l'issue de la partie et sa mise.

On s'intéresse au gain G d'un joueur au cours d'une partie.

1. Calculer p_5 .
2. Quels sont les gains possibles?
3. Déterminer la loi de probabilité de ce gain, c'est-à-dire la probabilité de chaque valeur possible du gain.
4. Calculer l'espérance de gain. Ce jeu est-il équitable ? Justifier.

Exercice 4 (8 points)

Une entreprise produit entre 2 et 18 appareils électroménagers par heure.

Le coût horaire de la production de x appareils ménagers, en euros, est donnée par :

$$C(x) = 2x^2 - 26x + 102, \text{ pour } 2 \leq x \leq 18$$

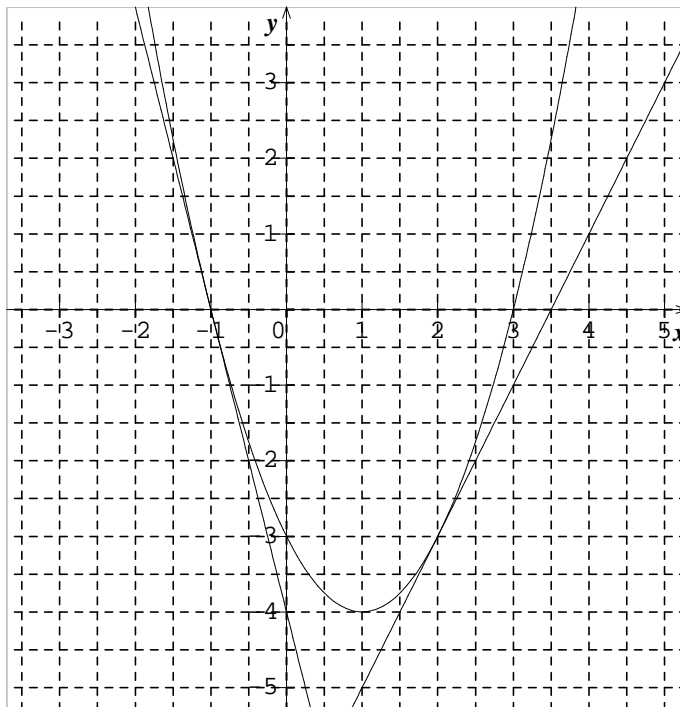
Le prix de vente unitaire d'un appareil est 14€.

On suppose que chaque appareil produit est vendu.

1. a. Quel est le coût de fabrication de 15 appareils par heure ?
b. Quelle est la recette associée ?
c. L'entreprise réalise-t-elle des bénéfices ? Si oui, donner leur montant.
Sinon, donner le montant des pertes.
2. a. Montrer que le bénéfice horaire, noté $B(x)$, réalisé par la fabrication et la vente de x appareils est $B(x) = -2x^2 + 40x - 102$
b. Résoudre l'inéquation $-2x^2 + 40x - 102 \geq 0$. Interpréter le résultat.
c. L'entreprise réalise-t-elle toujours des bénéfices ?
3. a. Donner la forme canonique de $-2x^2 + 40x - 102$. Justifier.
b. En déduire le tableau de variations de B .
c. Combien d'appareils faut-il vendre pour avoir un bénéfice maximum ? Quel est ce bénéfice maximum ?

Exercice 5 (7 points)

Voici une courbe C représentant une fonction f dans un repère. La droite D représente la tangente à la courbe au point d'abscisse 2. La droite T représente la tangente à C au point d'abscisse -1.



1. Nommer sur le graphique T et D.
2. Lire graphiquement $f'(2)$, $f'(-1)$ et $f'(1)$
3. Lire graphiquement $f(2)$ et $f(-1)$
4. Déterminer une équation de D, puis une équation de T.
5. A présent, on sait de plus que la fonction f est donnée par la formule $f(x) = x^2 - 2x - 3$
Retrouver **en utilisant le calcul de l'expression de la fonction dérivée** les valeurs de $f'(2)$ et $f'(1)$.

Exercice 6 (6,5 points)

Le tableau suivant récapitule les moyennes trimestrielles obtenues par la classe de 1ES1 du lycée Henri Cartan de MathsVille.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|-----|---|---|-----|-----|-----|---|----|------|----|------|----|------|----|------|
| Notes | 2,5 | 4,5 | 5 | 6 | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9 | 10 | 10,5 | 12 | 12,5 | 13 | 13,5 | 14 | 15,5 |
| Effectif | 1 | 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 5 | 2 | 1 | 1 | 2 |

1. Déterminer en justifiant la médiane, les premiers et troisièmes quartiles.
2. Donner la moyenne et l'écart-type. (vous pouvez utiliser la calculatrice directement)
3. Construire sur l'annexe 1 le diagramme en boîte à moustaches de la classe de 1ES1.
4. On donne sur l'annexe 1 le diagramme en boîte à moustaches de la classe de 1ES2.
Comparer les résultats de ces 2 classes.
5. Calculer à 1% près le pourcentage d'élèves de 1ES1 dont la note est comprise dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$.

Annexe 1

Barème:

| | | | | | | |
|-------------|-------------|---------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| Ex 1 ... /5 | Ex 2 ... /8 | Ex 3 ... /5,5 | Ex 4 ... /8 | Ex 5 ... /7 | Ex 6 ... /6,5 | Total ... /40 |
|-------------|-------------|---------------|-------------|-------------|---------------|---------------|

Exercice 1 (points)

| | | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|---|
| Question | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Réponse | | | | | |

Exercice 6 (points)

Diagramme en boîte à moustaches de la classe de 1ES1:

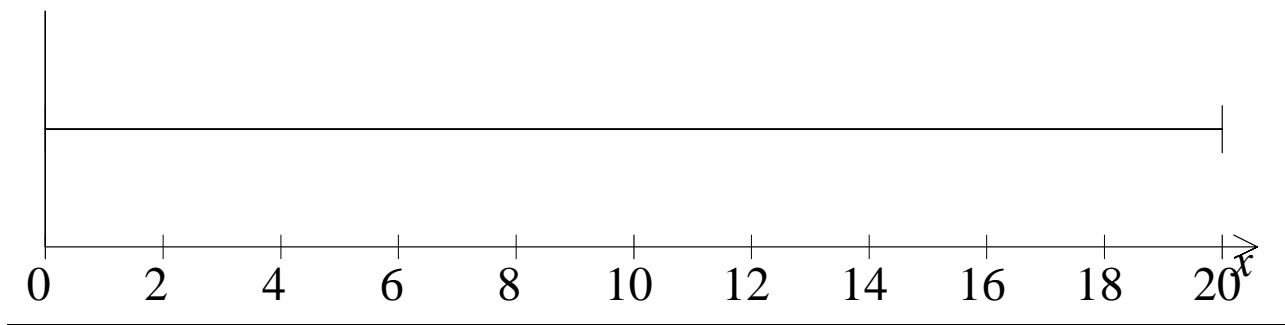


Diagramme en boîte à moustaches de la classe de 1ES2:

